

Могилевич Д.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Сінько В.В.

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації імені Героїв Крут

Тихонов М.В.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ОБ'ЄКТІВ КОМУНІКАЦІЙНОГО ОБЛАДНАННЯ З КОМБІНОВАНИМ РЕЗЕРВОМ ЧАСУ

Стаття присвячена розробці моделей надійності об'єктів комунікаційного обладнання з комбінованим резервом часу. Сучасні інформаційно-комунікаційні мережі складаються з об'єктів комунікаційного обладнання, які можна представити складними апаратно-програмними комплексами. Програмні засоби мають помітний вплив на надійність функціонування об'єктів комунікаційного обладнання, оскільки відмови та збої програмних засобів часто призводять до не менш тяжких наслідків, ніж відмови апаратної (технічної) частини. Визначено, що об'єктом теоретичного дослідження є процеси функціонування комунікаційного обладнання в умовах обмеженої надійності програмних засобів з метою побудови моделей надійності об'єктів з урахуванням використання комбінованого резерву часу для компенсації наслідків відмов. В залежності від наслідків відмови програмних засобів можуть бути незнецінені, частково знецінені та повністю знецінюють попереднє напрацювання. Отримано сукупність нових розрахункових формул (моделей надійності) для основних показників надійності системи з комбінованим резервом часу, наукова новизна яких визначається сумісним використанням поповнюваного та непоповнюваного резервів часу та комплексним урахуванням різних типів збоїв та стійких відмов технічних та програмних засобів комунікаційного обладнання (незнецінюючих або повністю знецінюючих попереднє напрацювання). Для досягнення мети дослідження запропоновано декомпозицію загальної математичної моделі функціонування системи з комбінованим резервом часу на дві взаємопов'язані окремі моделі: перша – модель регенеруючого випадкового процесу для аналізу надійності функціонування об'єкта з поповнюваною складовою резерву часу, результат дослідження якої використовується у другій моделі – марківського процесу спеціального виду, що описує функціонування системи з непоповнюваною складовою з урахуванням обраного варіанту взаємодії між поповнюваною та непоповнюваною складовими і резервного часу, що забезпечує синтез окремих результатів дослідження цих моделей.

Ключові слова: моделі надійності, комунікаційне обладнання, відмови, програмні засоби, комбінований резерв часу.

Постановка проблеми. Комунікаційне обладнання (КО) сучасних інформаційно-комунікаційних мереж (ІКМ) можна представити у вигляді апаратно-програмних комплексів (АПК), які включають в себе технічні та програмні засоби (ПЗ), що необхідні для забезпечення ефективного обміну інформацією між користувачами ІКМ. Відмови та збої ПЗ суттєво впливають на надійність функціонування комунікаційного обладнання ІКМ та можуть привести до не менш тяжких наслідків, ніж відмови технічних засобів. Для підвищення надійності КО можна використовувати часове резервування. Часове резервування пред-

ставляє собою метод забезпечення нормального функціонування технічних об'єктів різного призначення, які виконують певні завдання в умовах впливу випадкових факторів (відмов, збоїв, завад та інше), шляхом призначення та використання резервного (надлишкового) часу. На відміну від інших видів надлишковості (структурної, навантажувальної та інших) тут резервом є час. Цей резерв вноситься не в об'єкт, як, наприклад, при структурному резервуванні, а в порядок (алгоритм) використання (застосування) об'єкта [1, с. 26]. Отже, актуальним є підхід до оцінки надійності програмного забезпечення, за яким

визначається вплив відмов та збоїв програмних компонентів на загальну надійність функціонування КО, що мають в своєму складі різноманітні програмні засоби. Об'єктом теоретичного дослідження є процеси функціонування комунікаційного обладнання в умовах обмеженої надійності програмних засобів. Метою дослідження є побудова моделей надійності об'єктів КО з урахуванням використання комбінованого резерву часу для компенсації наслідків відмов.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [2–9] вітчизняних та закордонних вчених досліджувалися питання побудови математичних моделей та розвитку методів аналізу надійності технічних систем. У цих роботах основними напрямками є вивчення програмних помилок, виявлення причин, що призводять до їх виникнення, та наслідків їх прояву. Також розглядаються різні моделі оцінки надійності ПЗ, проводиться класифікація існуючих способів підвищення надійності програмних комплексів тощо. В наукових працях, які були розглянуті, практично відсутні результати, що стосуються вивчення впливу обмеженої надійності програмного забезпечення на надійність функціонування КО. Тому обґрунтованим та актуальним є вибір в якості напрямку дослідження розробки аналітичних моделей, що встановлюють зв'язок між показниками надійності функціонування об'єктів, характеристиками відмов програмних засобів та їх наслідків, а також сукупністю технічних параметрів об'єкта, що визначають умови його функціонування.

Метою роботи є отримання розрахункових аналітичних співвідношень, що встановлюють зв'язок між показниками надійності об'єктів КО з комбінованим резервом часу, характеристиками відмов програмних засобів та їх наслідків і параметрами процесу функціонування об'єктів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Комбінований резерв часу утворюється в тому випадку, коли в системі передбачені обмеження одночасно на час кожного ремонту і на сумарний час відновлення до виконання завдання. З методичної точки зору єдиний резерв часу зручно представити у вигляді двох складових: поповнювального t_d і непоповнювального t_p резерву. Джерела цих резервів часу по своїм внутрішнім властивостям можуть бути різними. Наприклад, наявність в системі першої складової (поповнювальної) забезпечується функціональною інерційністю, а наявність другої (неповнювальної) – запасом по швидкодії.

Способи витрачання обох складових при відмовах об'єкта, а отже, і ефективність часового резервування, також можуть бути різними і визначаються взаємодією джерел резерву часу. В одних системах простій об'єкта на відновлення призводить одночасно до зменшення обох складових комбінованого резерву часу $t_d(x)$ і $t_p(x)$ та відмова системи виникає в момент T_0 витрати хоча б одної складової. В інших системах непоповнювальна складова починає витрачатися лише після того, як час ремонту перевищує деяке допустиме значення, що визначається поповнювальною частиною резерву часу, і відмова системи виникає тоді, коли вичерпана непоповнювальна складова. Можливі й інші ситуації, що відображають особливості функціонування реальних систем.

Розглянемо задачу побудови моделей надійності об'єктів з комбінованим резервом часу в наступній постановці. Нехай при виконанні завдання тривалістю t_3 в системі передбачено використання непоповнювального резерву часу t_p з додатковим обмеженням на час кожного ремонту об'єкта, яке не повинно перевищувати величину поповнювального резерву часу t_d . Будемо також вважати, що інтервали часу відновлення t_b , що не перевищує t_d , включаються в корисний час і не входять в сумарний час простою. Отже, непоповнювальна складова t_p резерву часу починає витрачатися лише тоді, коли $t_b > t_d$. В цьому випадку частина інтервалу t_b , що дорівнює t_d , включається в корисний час, а інша частина $(t_b - t_d)$ – в сумарний час відновлення (рис. 1). Завдання буде виконаним, коли сумарний корисний час досягне величини t_3 раніше, чим буде витрачена непоповнювальна складова t_p комбінованого резерву часу. Решта обмежень і припущень, які прийняті в попередніх параграфах для систем з непоповнювальним резервом часу, зберігаються.

Для розрахунку показників надійності системи необхідно задати вид функції розподілу (ФР) $F(t)$, $F_b(t)$ та їх параметри, тривалість завдання t_3 , величину поповнювальної t_d і непоповнювальної t_p складових комбінованого резерву часу.

Розрахункові співвідношення для показників надійності системи (моделі надійності), що розглядається отримуємо з використанням інтегрального методу. Складемо рівняння відносно ймовірності безвідмовного функціонування системи. При $t_3 < t_d$ можливість відмови (зриву функціонування) системи відсутня і тому

$$P(t_3, t_p, t_d) = 1, \quad t_3 < t_d.$$

При $t_3 \geq t_d$ ймовірність безвідмовного функціонування можна представити у вигляді суми ймовірностей трьох несумісних подій A_1 , A_2 і A_3 .

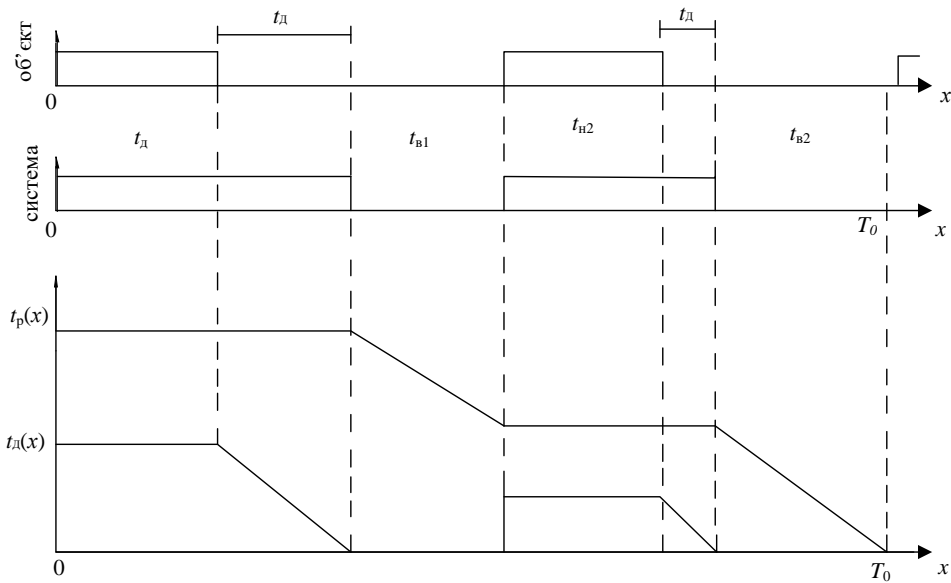


Рис. 1. Діаграма роботи системи з комбінованим резервом часу до першого зриву функціонування

Подія A_1 полягає в тому, щоб система працювала безвідмовно протягом часу $t_3 - t_d$. Завдяки наявності резерву часу цього достатньо, щоб відмова системи не змогла виникнути раніше моменту t_3 . Ймовірність події A_1 дорівнює $1 - F(t_3 - t_d)$. Подія A_2 відбувається в тому випадку, якщо перша відмова з ймовірністю $dF(\tau)$ виникає в момент $\tau < t_3 - t_d$, відновлення з ймовірністю $dF_B(\theta)$ закінчується через час $\theta < t_d$ і за час, що залишився $t_3 - \tau - \theta$ з ймовірністю $P(t_3 - \tau - \theta, t_d)$ не виникне зрив функціонування. Подія A_3 характеризує ситуацію, коли в системі виникає відмова в момент $\tau < t_3 - t_d$, відновлення закінчується через час θ такий, що $t_d < \theta < t_p + t_d$, а залишок завдання, що вимагає при безвідмовній роботі час $t_3 - \tau - t_d$, система виконує, маючи комбінований резерв часу $(t_p - \theta + t_d, t_d)$.

Інтегруючи за τ і θ та сумуючи ймовірності подій A_1 , A_2 і A_3 , отримуємо інтегральне рівняння:

$$P(t_3, t_p, t_d) = 1 - F(t_3 - t_d) + \int_0^{t_3 - t_d} \int_0^{t_3 - \tau - \theta} P(t_3 - \tau - \theta, t_p, t_d) dF_B(\theta) + \int_{t_d}^{t_p + t_d} P(t_3 - \tau - t_d, t_p - \theta + t_d, t_d) dF(\tau), \quad t_3 \geq t_d. \quad (1)$$

Рішення цього рівняння в операційній формі має вигляд:

$$P^{**}(s, w, t_d) = \frac{1 - [1 - F_B(t_d)] f(s) e^{-st_d} - f(s) \int_0^{t_d} e^{-s\theta} dF_B(\theta)}{1 - f(s) \int_0^{t_d} e^{-s\theta} dF_B(\theta) - f(s) e^{-(s-w)t_d} \int_{t_d}^{\infty} e^{-w\theta} dF_B(\theta)}. \quad (2)$$

Отримаємо розрахункові співвідношення для показників надійності системи з експоненціальними розподілами $F(t)$ і $F_B(t)$.

Виведення точної формули для ймовірності безвідмовного функціонування за допомогою зворотного перетворення в (2) зустрічає серйозні труднощі. Покажемо, як можна отримати достатньо зручну для практичних розрахунків формулу, яка має прийнятну похибку. В [10, с. 69] було показано, що розподіл напрацювання на відмову системи з поповнювальним резервом часу наближений до експоненціального з параметром $\lambda \exp(-\mu t_d)$. При цьому інтервали часу відновлення, що не перевищують значення t_d та інтервали, які дорівнюють перевищенню часу ремонту над величиною t_d , також розподілені за експоненціальним законом з параметром μ . Тому можна скористатися результатами [10, с. 79] і знайти вираз для шуканої ймовірності $P(t_3, t_p, t_d)$, якщо замінити значення λt_3 (для ймовірності безвідмовного функціонування системи з непоповнювальним резервом часу) на $\lambda(t_3 - t_d) \exp(-\mu t_d)$, тоді отримуємо

$$P(t_3, t_p, t_d) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_3 \leq t_d, \\ \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[\lambda(t_3 - t_d) e^{-\mu t_d}]^i}{i!} I_0(i, \mu t_p) \exp[-\lambda(t_3 - t_d) e^{-\mu t_d}] \right] & t_3 > t_d, \end{cases} \quad (3)$$

Використовуючи формулу (3) неважко отримати вираз для інтенсивності відмов (зривів функціонування) системи:

$$\Lambda(t_3, t_p, t_d) = - \frac{d \ln P(t_3, t_p, t_d)}{dt_3} = \lambda \exp[-\mu(t_d - t_p) - \lambda(t_3 - t_d) e^{-\mu t_d}] I_0 \left[\frac{2 \lambda \mu t_p (t_3 - t_d) e^{-\mu t_d}}{P(t_3, t_p, t_d)} \right] / P(t_3, t_p, t_d), \quad (4)$$

$$I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k}}{(k!)^2},$$

де $I_0(x)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку [11, с. 81].

При визначенні коефіцієнта готовності $K_r(t_b, t_d)$ системи, що розглядається з комбінованим резервом часу необхідно врахувати, що система готова до виконання завдання в наступних трьох випадках: 1) якщо об’єкт працездатний в довільно обраний момент τ ; 2) якщо об’єкт непрацездатний, але час x простою в ремонті до моменту τ не перевищує t_d ; 3) якщо він непрацездатний протягом часу $x > t_d$, але ремонт закінчується не пізніше, чим через час t_d після моменту τ . Складаючи ймовірності вказаних вище подій, отримуємо

$$K_r(t_p, t_d) = k_r + (1 - k_r)P\{x < t_d\} + \int_{t_p}^{\infty} P(t_b < x + t_p/t_b > x)\phi(x)dx = (5)$$

$$= 1 - (\bar{t}_n + \bar{t}_b)^{-1} \left[\int_{t_p+t_d}^{\infty} (1 - F_b(x))dx \right],$$

де $\phi(x) = [1 - F_b(x)]/\bar{t}_b$.

Зокрема, при $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ і $F_b(t) = 1 - e^{-\mu t}$ коефіцієнт готовності системи виражається формулою:

$$K_r(t_p, t_d) = 1 - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-\mu(t_p+t_d)}. (6)$$

Точну формулу для середнього часу виконання завдання $\bar{T}_{вз}(t_3, t_d)$ можна отримати з використанням рівняння (2), однак вона зайве громіздка (особливо при великих t_3/t_d) і мало придатна для практичних розрахунків. Тому скористуємося більш простою наближеною формулою, яка дає малу помилку при великих t_3 [12, с. 97]:

$$\bar{T}_{вз}(t_3, t_d) \approx t_3 + \frac{\lambda t_3(1 - F_b(t_d))}{\mu + \lambda F_b(t_d)} - \frac{\lambda(1 - F_b(t_d))[(\lambda + \mu)t_d - \lambda F_b(t_d)/\mu]}{[\mu + \lambda F_b(t_d)]^2}, (7)$$

де $F_b(t_d) = 1 - e^{-\mu t_d}$.

Слід відмітити, що всі отримані вище моделі надійності відносяться до об’єктів КО з комбінованим резервом часу, в яких виникають незнецінюючі відмови програмних засобів.

Отримаємо рішення задачі, що розглядається для більш загального випадку, коли в об’єкті

можуть виникати незнецінюючі і повністю знецінюючі відмови [1, с. 147]. Для цього скористуємося вказаною вище особливістю систем з поповнювальним резервом часу, напрацювання на відмову яких наближена до експоненціального розподілу з параметром λq , де $q = 1 - F_b(t_d)$. Якщо $i = 1$, $p_1 = p$, вважати $\bar{t}_b \ll t_3$ (випадок «швидкого» відновлення) і замінити λt_3 на $\lambda q(t_3 - t_d)(1 - p)$, то отримаємо вираз для ймовірності безвідмовного функціонування системи:

$$P(t_3, t_p, t_d) = \sum_{j=0}^{\lfloor t_p/t_d \rfloor} (-1)^j \frac{(\gamma - j\rho)^j}{j!} \left(1 + \frac{\gamma - j\rho}{j+1}\right) e^{-(j+1)\rho}, \quad 0 \leq p < 1, (8)$$

$$P(t_3, t_p, t_d) = 1, \quad p = 1,$$

де $\lfloor t_p/t_d \rfloor$ позначає операцію округлення частки t_p/t_d до цілого (меншого) числа, а

$$\gamma = \lambda^* t_p; \quad \rho = \lambda^* (t_3 - t_d); \quad \lambda^* = \lambda q(1 - p); \quad q \leq 1. (9)$$

Формулу для інтенсивності відмов системи $\Lambda(t_3, t_p, t_d)$ нескладно отримати, якщо скористатися виразом (8):

$$\Lambda(t_3, t_p, t_d) = \frac{d \ln P(t_3, t_p, t_d)}{dt_3} = \lambda^* (1 + \gamma) e^{-\rho} +$$

$$+ \lambda^* \sum_{j=1}^{\lfloor t_p/t_d \rfloor} (-1)^j \frac{(\gamma - j\rho)^{j-1}}{(j-1)!} e^{-(j+1)\rho} \left[\left(2 + \frac{1}{j}\right) (\gamma - j\rho) + j + \right.$$

$$\left. + \frac{(\gamma - j\rho)^2}{j} \right] / P(t_3, t_p, t_d), \quad 0 \leq p < 1,$$

де значення γ , ρ , λ^* виражаються формулою (9).

Висновки. Таким чином, отримані формули для показників надійності об’єктів комунікаційного обладнання з комбінованим резервом часу (моделі надійності), в яких виникають незнецінюючі відмови програмних засобів (вирази (3) – (7)) або відмови, які з ймовірністю p не знецінують або з ймовірністю $1 - p$ знецінують попереднє напрацювання (вирази (8) – (10)).

Отримані результати можуть безпосередньо використовуватися під час аналізу та забезпечення надійності складних програмних комплексів та комунікаційного обладнання.

Список літератури:

1. Креденцер Б.П. Надійність систем з надлишковістю: методи, моделі, оптимізація: монографія / Б.П. Креденцер, О.М. Буточнов, А.І. Міночкін, Д.І. Могилевич. Київ, 2013. С. 121–145.
2. Томашевський О. В., Сніжної Г. В. Визначення функції надійності невідновлюваних технічних систем при неповних даних. *Aerospace technic and technology*. 2019. № 8. С. 129–132. DOI: 10.32620/akt.2019.8.19.
3. Трофімук А. В. Оцінка якості програмного забезпечення за показниками надійності: thesis. 2018. URL: <https://er.knutd.edu.ua/handle/123456789/11471> (дата звернення: 28.04.2023).
4. Nagaraju V. Software Reliability Assessment: Modeling and Algorithms. *IEEE International Symposium on Software Reliability Engineering Workshops (ISSREW)*. 2018. P. 166–169. DOI: 10.1109/ISSREW.2018.000-4.
5. Сенів М., Роїк О. Засоби розрахунку показників надійності програмного забезпечення на підставі моделі з урахуванням недосконалого відлагодження. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2021. Т. 31, № 6. С. 87–91. DOI:10.36930/40310613.

6. Raghuvanshi K., Agarwal A., Jain K. A time-variant fault detection software reliability model. *SN Appl. Sci.* 2021. № 3(18). DOI: 10.1007/s42452-020-04015-z.
7. Erto P., Giorgio M., Lepore A. The Generalized Inflection S-Shaped Software Reliability Growth Model. *IEEE Trans Reliab.* 2018. P. 1-17. DOI: 10.1109/TR.2018.2869466.
8. Pavlov N. Iliev A. Rahneva A. Kyurkchiev N. Some Transmuted Software Reliability Models. *Journal of Mathematical Sciences and Modelling.* 2019. №. 2 (1). P. 64–70. DOI: 10.33187/jmsm.434277.
9. Яковина В., Сенів М., Симець І. Засоби автоматизованого формулювання умов працездатності складних технічних систем. *Scientific Bulletin of UNFU.* 2019. № 29. С. 136–141. URL: <https://nv.nltu.edu.ua/index.php/journal/article/view/2086> (дата звернення: 15.04.2023).
10. Васілевський О., Ігнатенко О. Нормування показників надійності технічних засобів / навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2013. 160 с.
11. Кубрак А.І., Жученко А.І. Передатні функції та частотні характеристики циліндричної теплоакуючої стінки. *Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження.* 2014. №1. С. 114–122. DOI: <https://doi.org/10.20535/2306-1626.1.2014.51651>.
12. Креденцер Б.П. Оцінка надійності резервованих систем при обмеженій вихідній інформації: монографія / Б.П. Креденцер, В.В. Вишнівський, М.К. Жердєв, Д.І. Могилевич, Л.С. Стойкова. Київ, 2014. С. 274–281.

Mogylyevych D.I., Sinko V.V., Tykhonov M.V. RELIABILITY MODELS OF COMMUNICATION EQUIPMENT WITH COMBINED TIME RESERVE

Modern information and communication networks consist of communication equipment, which can be represented by complex hardware and software systems. Software has a significant impact on the reliability of communication equipment, since software failures and malfunctions often lead to no less serious consequences than hardware (technical) failures. The object of the theoretical study is the processes of functioning of communication equipment objects under conditions of limited reliability of software with the aim of building models of reliability of objects with the use of a combined time reserve to compensate for the consequences of failures. Depending on the consequences of software failures, the previous work product may be unimpaired, partially impaired, or completely impaired. A set of new calculation formulas (reliability models) for the main reliability indicators of a system with a combined time reserve has been obtained, the scientific novelty of which is determined by the combined use of replenishable and non-replenishable time reserves and a comprehensive consideration of various types of failures and persistent failures of hardware and software of switching equipment (not impairing or completely impairing the previous performance). To achieve the aim of the study, the author proposes to decompose the general mathematical model of functioning of a system with a combined time reserve into two interrelated separate models: the first is a model of a regenerating random process for analyzing the reliability of functioning of an object with a replenishable component of the time reserve, the result of which is used in the second model - a special type of Markov process that describes the functioning of a system with a non-replenishable component, taking into account the selected variant of interaction between the replenishable and non-replenishable components.

Key words: reliability models, communication equipment, failures, software, combined time reserve.